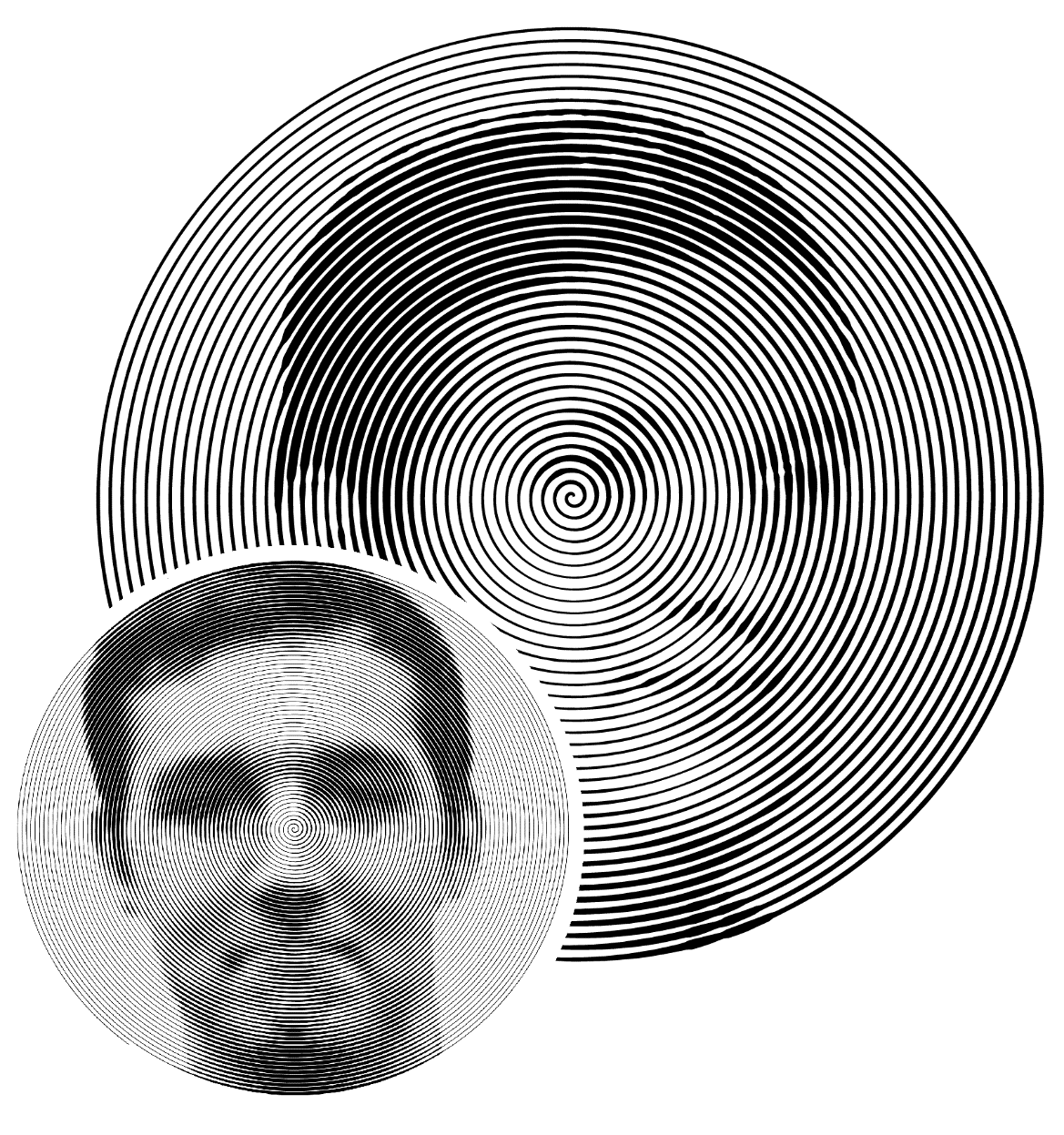
**Н.Р. Кудлай**

**Конспект по материалу  
“Аналитическая геометрия”**

**Лекция №4**



**Санкт-Петербург**

**2021**

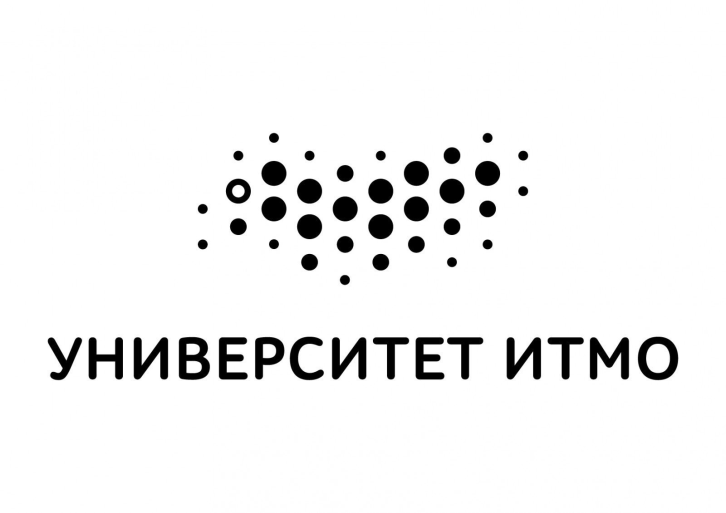
МинистР образования и науки P3111

НАЦИОНАЛЬНЫЙ   
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ   
“ИНСТИТУТ ТЕПЛЫХ МУЖСКИХ ОТНОШЕНИЙ”

**Н.Р. Кудлай**

**Конспект по материалу  
“Аналитическая геометрия”**

**Лекция №4**



**Санкт-Петербург**

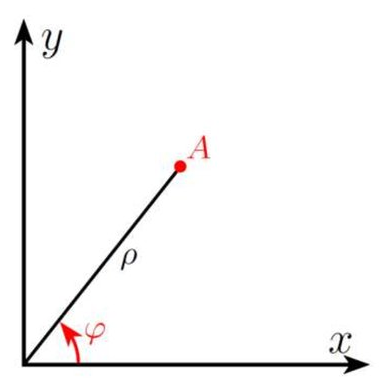
**2021**

***Уравнения линий***

Уравнение \* является ***уравнением поверхности S*** если ему удовлетворяют координаты *M(x, y, z) ϵ S*.

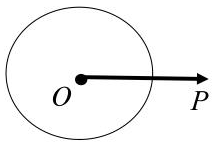
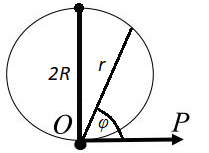
***Уравнение сферы*** -   
***Уравнение окружности*** -

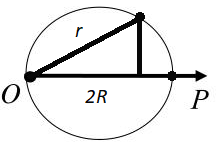
Уравнение – ***уравнение линии***.

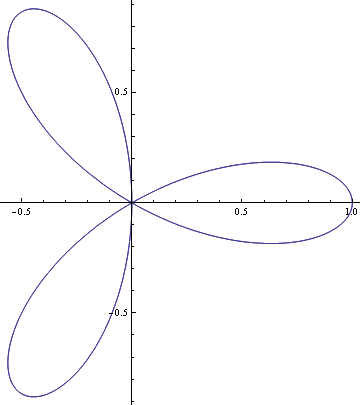
***Полярная система координат*** задается точкой *О*, называемой ***полюсом*** и лучом *Op*, называемым ***полярной осью***

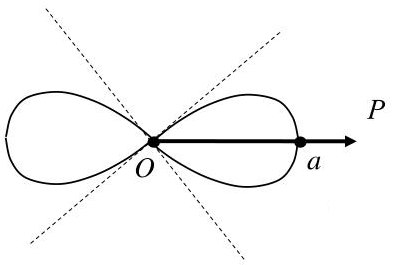
Числа ***r*** и ***φ*** называются ***полярными координатами***, *r –* ***полярным радиусом***, ***φ*** – ***полярным углом***

; ;

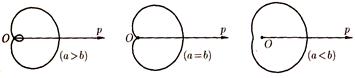
 1) *r = R* 2) *r = 2R cos φ* 3) *r = 2R sin φ*

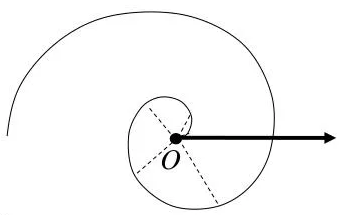


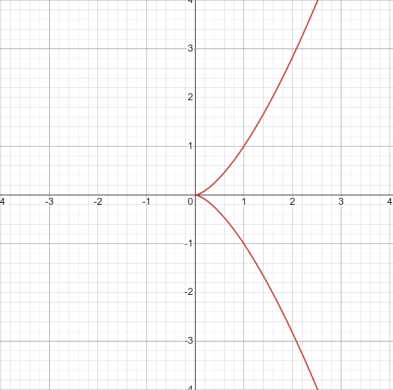
4) – 5) *r=Rcos3φ, R>0* - ***Лемниската Бернулли* *Трёхлепестковая роза***

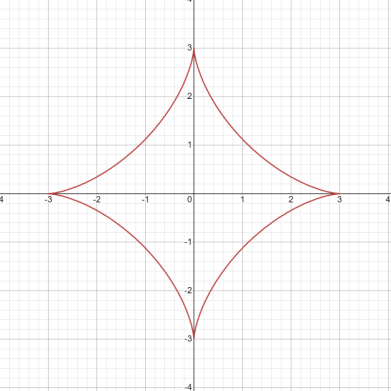
******

6) *r = b + a cos φ* – ***Улитка Паскаля*** (для *a = b* - ***Кардиоида***)

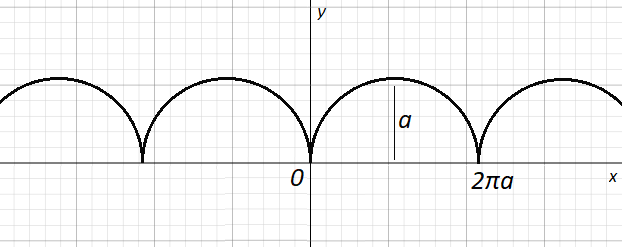


7) *r = ae –* ***Спираль Архимеда  
***Замечание: любую линию на плоскости можно задать системой из двух уравнений, где *t* называется ***параметром***, в систему уравнений или уравнение – ***параметрическим уравнением линии***

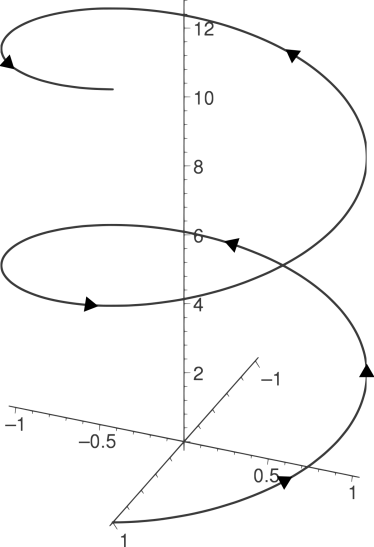
 1) или 2) или   
 ***Полукубическая парабола Астроида***



3) ***Циклоида***

**

***Прямую в пространстве*** можно задать как пересечение двух плоскостей  
 – ***уравнение прямой***, заданной как прямая пересечения пл-тей

Линию в пространстве можно задать как траекторию движения точки, тогда её задают ***векторными*** или ***параметрическими уравнениям***

*-*  ***Винтовая линия***

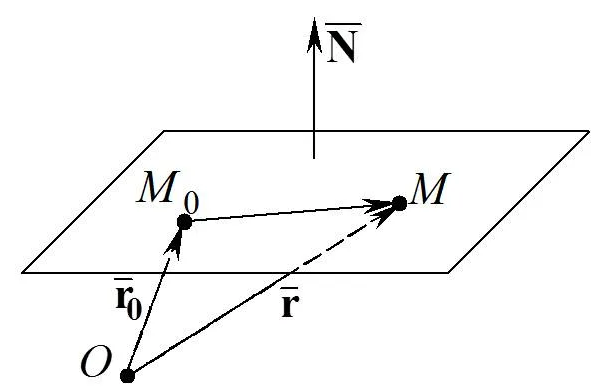
***Алгебраической поверхностью*** называют множество , заданное в виде , а *max {}* – ***степенью уравнения*** или ***порядком алгебраической поверхности***. Так, например, сфера – поверхность второго порядка.  
***Алгебраической линией*** называют множество (.), заданное в виде , а *max {}* – ***степенью уравнения*** или ***порядком линии***.

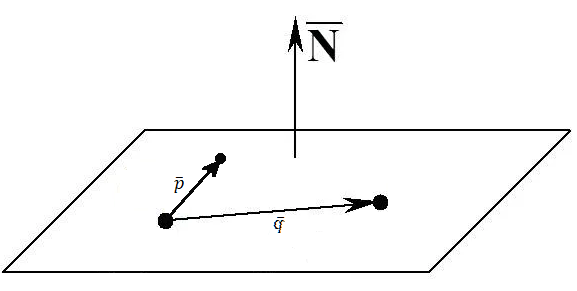
Алгебраическая поверхность не всегда будет поверхностью с точки интуитивного понимания

– ***Параметрическое уравнение поверхности***

***Уравнения плоскости***

Существует несколько основных видов представления плоскости в пространстве.

1) ***Векторное уравнение плоскости*** – плоскость задается точкой и ненулевым вектором, перпендикулярным к плоскости – ***нормальным вектором***

 *–* радиус вектор к (.) *M*  
*–* радиус вектор к (.)   
=> Это ***векторное уравнение плоскости***, если – ***направляющие векторы плоскости***, то =>

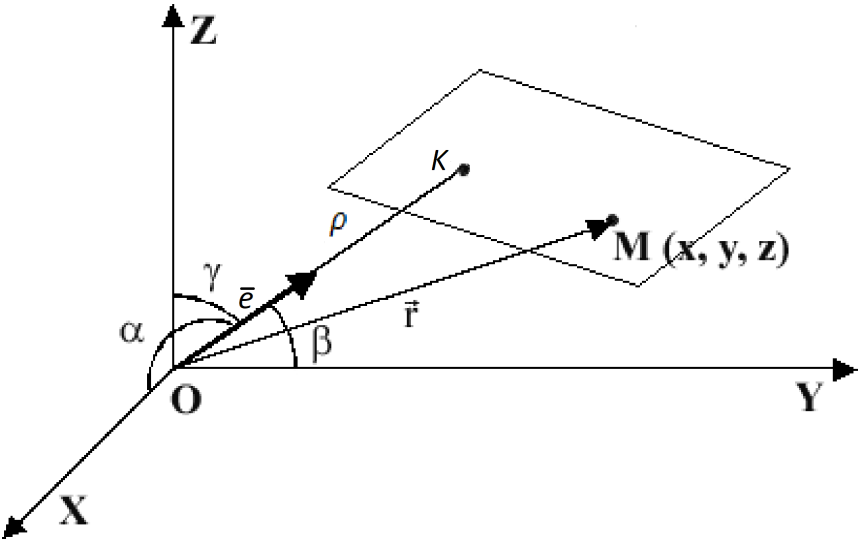
Это тоже считается ***векторным уравнением плоскости***.

2) ***Уравнение плоскости, проходящей через данную точку***.  
 или

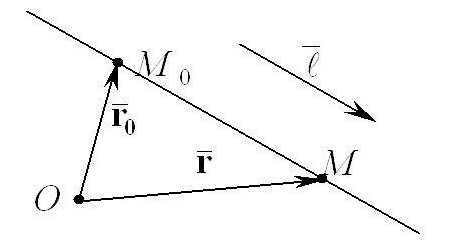
3) ***Векторно-параметрические уравнения плоскости***.  
Пусть – направляющие векторы плоскости и - радиус векторы к (.) *M* и *M0*, то =>  
 *–*это ***параметрические уравнения плоскости***

4) ***Уравнение плоскости, проходящей через три данные точки****M1(x1, y1­­­, z1), M2(x2, y2­­, z2), M3(x3, y3­, z3)* должны не лежать на одной прямой  
(.) *M1 –* фиксирована, и *–* направляющие векторы =>

5) ***Уравнение плоскости в отрезках***  
Пусть плоскость отсекает на осях *Ox, Oy* и *Oz* соответственно отрезки , то есть проходит через точки *M1(a, 0, 0), M2(0, b, 0)* и *M3(0, 0, c) => =>bcx + acy + abz – abc = 0* =>   
Если плоскость задана в другом виде, то коэффициенты *a,b* и*c* – длина отрезков, которые отсекает пл-ть от осей, а знак зависит от того, с какой стороны отсекаются отрезки.

6) ***Нормальные уравнения функции***  
Плоскость в пространстве однозначно задается единичным вектором ( *-* плоскость), (.) и . Пусть , , => . Пусть .

Проекция на = p => *–* это ***нормальное уравнение плоскости в векторной форме***   
Так как => ­*–* это ***нормальное уравнение плоскости в координатной форме***

***Уравнение прямой в пространстве***

1) ***Векторное уравнение прямой***Если , то *–* ***направляющий вектор прямой*** *e*. =>

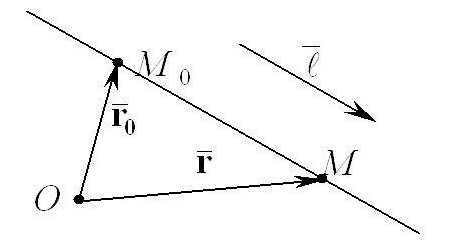
2) ***Векторно-параметрическое уравнение прямой*** *=>*, , *t* называется ***параметром***

3) ***Параметрическое уравнение прямой****=>*

4) ***Каноническое уравнение прямой***Рассматривая *t* в пункте 3 получим: =>   
Если =>

5) ***Уравнение прямой, проходящей через две заданные точки***Пусть в пространстве лежат точки и .   
Пусть =>

6) ***Общее уравнение прямой***  
Если прямая задана двумя не параллельными и несовпадающими плоскостями, то её система уравнений, задающей её имеет вид:

***Уравнение прямой на плоскости***

1) ***Векторное уравнение прямой***Если ­*–* вектор нормали к прямой , а вектора берут начало в центре системы координат и окначиваются в точках , принадлежащих прямой , то =>

2) ***Уравнение прямой, проходящей через данную точку***Если эта точка имеет координаты . , то уравнение будет:  
 или   
(***общее уравнение прямой***)

3) ***Векторно-параметрическое уравнение прямой***При :

4) ***Параметрическое уравнение прямой***

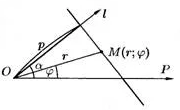
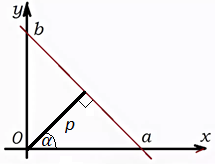
5) ***Каноническое уравнение прямой***при

6) ***Уравнение прямой с угловыми коэффициентами***Если прямая задана, как , => => , где , . называют ***угловым коэффициентом* *прямой***, *–* ордината точки пересечения с осью ординат ()

Если => => , где *–* абсцисса (*x*) точки пересечения прямой с осью .

7) ***Уравнение прямой, проходящей через две заданные точки***и , то

8) ***Уравнение прямой в отрезках***Если прямая пересекает оси в координата , уравнение будет

******9) ***Полярное уравнение прямой***Для любой (.) проекция на , где *–* вектор нормали к прямой , угол отклонения , а угол отклонениея . С другой стороны эта проекц. *= =>*

10) ***Нормальное уравнение прямой  
 =>***

***Некоторые задачи о прямых и плоскостях***

1) ***Угол между плоскостями***Если вектора нормалей плоскостей , то

2) ***Условие параллельности двух прямых***Параллельные прямые, если их вектора нормали параллельны=>

Другое условие параллельности:

3) ***Условие перпендикулярности двух плоскостей***

4) ***Угол между двумя прямыми***Если угол *–* наименьший, то

5) ***Условие параллельности двух прямых***  
Две прямые параллельны, если

6) ***Условие перпендикулярности двух прямых***Две прямые перпендикулярны, если

7) ***Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве  
Углом между прямой и плоскостью*** называют угол между прямой и её проекцией на эту плоскость  
Если плоскость и прямые заданы каноническими формами, то   
Если плоскость и прямые параллельны, то   
Если плоскость и прямые перпендикулярны, то =>

8) ***Расстояние от точки до плоскости***Если плоскость задана в виде , Пусть существует (.) , где *–* радиус-вектор (.) , то или   
При

9) ***Расстояние от точки до прямой на плоскости*** или

10) ***Расстояние между непараллельными прямыми в пространстве***Если , то